

Douglas D. Sampaio Santana

Faculdade Anhanguera de Jundiáí
douglas.fpj@gmail.com

Héder Torres Garcia

Faculdade Anhanguera de Jundiáí
heder.garcia@unianhanguera.edu.br

DISCRETIZAÇÃO E NOVA PROPOSTA DE CONTROLE DE POSIÇÃO PARA MESA COORDENADA CARTESIANA UTILIZADA EM MÁQUINAS FERRAMENTA

RESUMO

Na edição anterior desta revista apresentou-se um artigo denominado “Sistema de Controle de Velocidade e Posição para Mesa Coordenada Cartesiana Utilizada em Máquinas Ferramenta”. Em linhas gerais, modelou-se o controle de velocidade e posição de servo-motores CC através de controladores robustos do tipo PID analógico. Propôs-se também, discretizar o sistema e implementar técnicas de controle digital. Neste sentido este artigo apresenta um modelo de discretização juntamente com uma nova proposta de controle digital, baseada em compensadores do tipo avanço-atraso (*lead-lag*), onde se procura demonstrar de forma sucinta e objetiva as técnicas de discretização e modelagem, bem como os resultados amplamente satisfatórios, obtidos nas etapas de simulação.

Palavras-Chave: máquinas ferramentas; sistemas de controle discreto; controle digital; compensador digital; controle de velocidade; controle de posição; compensador “lead-lag”.

ABSTRACT

In the earlier edition, the first author presents a paper entitled “Sistema de Controle de Velocidade e Posição para Mesa Coordenada Cartesiana Utilizada em Máquinas Ferramenta”. In that paper, was modeled the speed and position control system, by using an analog and robust PID controller. Furthermore, a discrete-time model was proposed. In that sense, this paper, presents a brief an objective, discrete-time control system based on lead-lag compensator. In the simulation step, the output results show to be widely satisfactory.

Keywords: machine tools; discrete-time control systems; digital control; digital compensator; speed control; position control; lead-lag compensator.

Anhanguera Educacional

Correspondência/Contato
Alameda Maria Tereza, 2000
Valinhos, São Paulo
CEP 13.278-181
rc.ipade@unianhanguera.edu.br

Coordenação
Instituto de Pesquisas Aplicadas e
Desenvolvimento Educacional - IPADE

Informe Técnico
Recebido em: 30/10/2009
Avaliado em: 20/07/2010

Publicação: 21 de dezembro de 2010

1. INTRODUÇÃO

Apresenta-se uma nova proposta de controle digital baseada em compensadores do tipo avanço-atraso (*lead-lag*). Por ser implementado através de *software*, o controle digital é vantajoso quando comparado ao controle por *hardware*, pois permite que os parâmetros do controlador sejam alterados pela simples modificação de algumas linhas de programa, ao passo que no controle por *hardware* necessita-se, via de regra, projetar e construir novos circuitos eletrônicos. Em se tratando de controle de máquinas ferramenta, a flexibilidade do controle digital é ainda mais desejável, pois dado que uma máquina ferramenta pode executar variados processos de usinagem, variados ajustes de parâmetros de controle poderão ser necessários (ALTINTAS, 2000).

Por ser do tipo multivariável (mais do que uma entrada e/ou saída), adotou-se a representação no espaço de estados para se modelar o sistema. A representação em espaços de estados é vantajosa em relação à representação de controle clássico (Laplace), pois é descrita no domínio do tempo e permite modelar sistemas do tipo não-linear e/ou multivariáveis (NISE, 2002). Outra vantagem intrínseca à representação em espaço de estados, reside no fato de que a mesma é descrita por meio de um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem, o torna possível estimar estados internos, ou seja, estados que não podem ser medidos diretamente. Além do mais, a discretização de equações diferenciais é simples e sua solução é dada por equações de diferenças recursivas, o que viabiliza sua utilização inclusive em sistemas embarcados de tempo real, onde não se dispõem de grande poder de processamento. O sistema que se deseja controlar possui duas malhas de controle que atuam sobre um servo-motor CC: uma malha de controle de velocidade (realimentada por um tacômetro) e outra malha de controle de posição realimentada por um *encoder* óptico incremental. Este sistema foi apresentado no artigo anterior, entretanto por conveniência didática, a Figura 1 ilustra novamente o sistema que se pretende controlar.

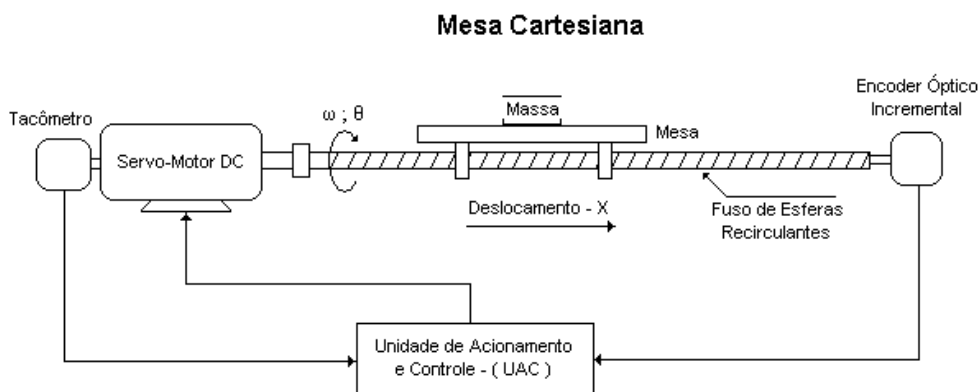


Figura 1 – Mesa coordenada cartesiana.

2. MODELAGEM DO SISTEMA

2.1. Diagramas das malhas de controle

A Figura 2 ilustra o diagrama de blocos do modelo da planta e da estrutura de controle que se utilizou para desenvolver os controles de velocidade e posição do sistema motor-fuso. Nesta nova etapa, a Figura 3 ilustra o novo modelo que será utilizado para se desenvolver a estrutura de controle. Trata-se de um novo diagrama, em que apenas a estrutura de controle foi ligeiramente modificada de forma a permitir a implementação de técnicas de compensação digital.

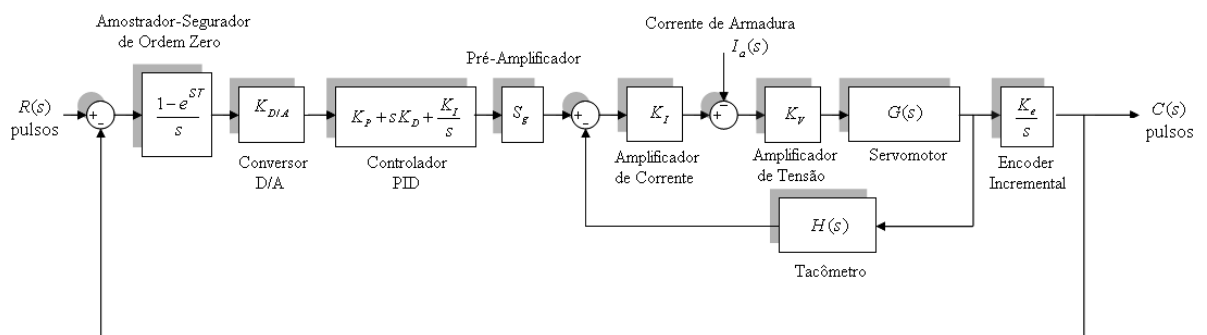


Figura 2 – Diagrama de blocos da estrutura de controle contínuo.

A modelagem do servo-motor para controle de posição é dividida em duas partes: contínua e discreta. A parte contínua do sistema é composta pela malha de velocidade já descrita no artigo anterior mais o contador “Up-Down”. A parte discreta é composta pelo compensador digital e pelo conversor D/A.

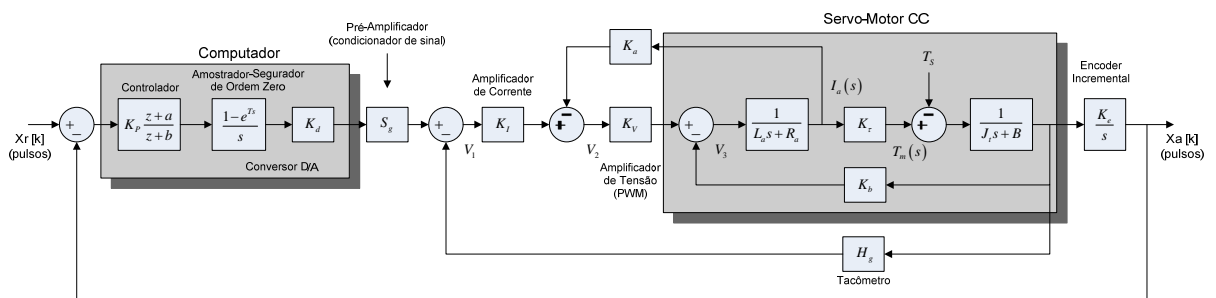


Figura 3 – Planta para análise do controle discreto.

2.2. Servo-motor CC controlado pela armadura

Por conveniência, também se descreve novamente a modelagem matemática do motor CC controlado pela corrente de armadura. Assume-se que a corrente do enrolamento de campo é constante e, portanto, o fluxo magnético produzido pelo campo também é constante. A metodologia adotada é a modelagem em variáveis de estado.

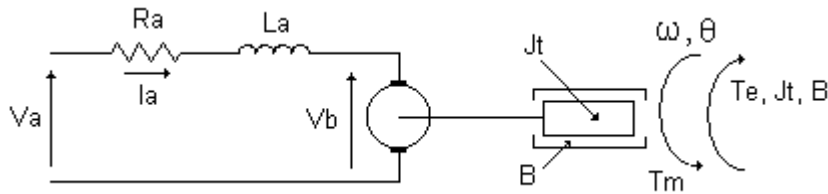


Figura 4 – Motor CC controlado pela armadura.

As equações que descrevem o comportamento dinâmico de um servo-motor CC controlado pela armadura (corrente de campo = *cte*) através de representação no espaço de estados, são obtidas através das equações que descrevem o torque elétrico e o torque mecânico (KUO, 1987; SHARIAN, 1993; LEWIS, 1997; VU, 1998; NISE, 2002).

A tensão aplicada na armadura do servo-motor é:

$$V_a(t) = R_a I_a(t) + L_a \frac{dI_a(t)}{dt} + V_b(t) \tag{1}$$

$$V_a = K_v [K_f (S_g V_c - H_g \omega) - K_a I_a] \tag{2}$$

Igualando-se estas equações tem-se:

$$\frac{dI_a}{dt} = \frac{K_v [K_f (S_g V_c - H_g \omega) - K_a I_a] - R_a I_a - K_b \omega}{L_a} \tag{3}$$

$$\frac{dI_a}{dt} = -\frac{K_v K_a - R_a}{L_a} I_a - \frac{K_v K_f H_g - K_b}{L_a} \omega + \frac{K_v K_f S_g}{L_a} V_c$$

O torque elétrico e mecânico do motor são dados por:

$$T_m(t) = K_\tau \cdot I_a(t) \tag{4}$$

$$T_m(t) = J_t \frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t) + T_e(t)$$

Igualando-se os torques vem:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{K_\tau}{J_t} I_a - \frac{B}{J_t} \omega - \frac{1}{J_t} T_e \tag{5}$$

A função de transferência do contador “up-down” é dada por:

$$X_a = \frac{K_e}{s} \omega \rightarrow sX_a = K_e \omega \tag{6}$$

Aplicando a transformada de Laplace inversa:

$$\frac{dX_a}{dt} = K_e \omega \quad (7)$$

Portanto, definem-se três variáveis de estados:

$$\frac{dI_a}{dt} = -\frac{K_V K_a - R_a}{L_a} I_a - \frac{K_V K_I H_g - K_b}{L_a} \omega + \frac{K_V K_I S_g}{L_a} V_c$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{K_r}{J_r} I_a - \frac{B}{J_r} \omega - \frac{1}{J_r} T_e \quad (8)$$

$$\frac{dX_a}{dt} = K_e \omega$$

Como os parâmetros são constantes, as equações acima podem ser escritas na forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (9)$$

Ou, seja:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \frac{dI_a}{dt} \\ \frac{d\omega}{dt} \\ \frac{dX_a}{dt} \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} -\frac{K_V K_a - R_a}{L_a} & -\frac{K_V K_I H_g - K_b}{L_a} & 0 \\ \frac{K_r}{J_r} & -\frac{B}{J_r} & 0 \\ 0 & K_e & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} I_a \\ \omega \\ X_a \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{K_V K_I S_g}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_r} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} V_c \\ T_e \end{pmatrix}}_{\mathbf{u}} \quad (10)$$

“Obs.: esta equação (10) é a que será utilizada para projetar o compensador no domínio contínuo, utilizando a técnica de avanço-atraso descrita em (OGATA, 2000)”.

2.3. Discretização do sistema

A equação 10 representa a parte contínua do sistema e pode ser discretizada em um intervalo de tempo T por:

$$\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}_d(T)\mathbf{x}[k] + \mathbf{B}_d(T)\mathbf{u}[k] \quad (11)$$

onde:

$$\mathbf{A}_d(T) = e^{\mathbf{AT}} = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{B}_d(T) = \left(\int_0^T e^{\mathbf{A}t} dt \right) \mathbf{B} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \\ h_{31} & h_{32} \end{pmatrix} \tag{13}$$

A matriz $\mathbf{A}_d(T) = e^{\mathbf{A}T}$ pode ser expandida por série de Taylor, cujo resultado é dado por:

$$\mathbf{A}_d(T) = e^{\mathbf{A}T} = \mathbf{I} + \mathbf{A}T + \mathbf{A}^2 \frac{T^2}{2!} + \mathbf{A}^3 \frac{T^3}{3!} + \dots + \mathbf{A}^n \frac{T^n}{n!} \tag{14}$$

A parte digital do controle de posicionamento é composta pelo filtro digital (controlador) e pelo ganho K_d do conversor D/A. O sinal para comando de velocidade pode ser expresso no domínio z , por:

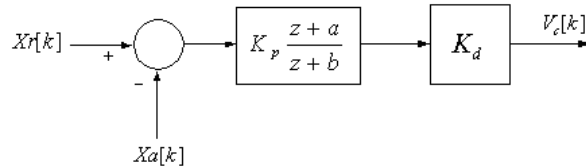


Figura 5 – Sinal de referência e realimentação do sinal digital (encoder).

$$V_c[k] = K_p \frac{z+a}{z+b} K_d (X_r[k] - X_a[k]) \tag{15}$$

Esta equação pode ser reescrita como:

$$V_c[k] = K_p \frac{z+a}{z+b} K_d (X_r[k] - X_a[k]) = K_p K_d (X_r[k] - X_a[k]) + V_d[k] \tag{16}$$

Resolvendo para V_d , tem-se:

$$V_d[k] = K_p K_d \frac{a-b}{z+b} (X_r[k] - X_a[k]) \tag{17}$$

$$\begin{aligned} V_d[k]z + V_d[k]b &= K_p K_d (a-b) (X_r[k] - X_a[k]) \\ V_d[k+1] &= -bV_d[k] - K_p K_d (a-b) X_a[k] + K_p K_d (a-b) X_r[k] \end{aligned} \tag{18}$$

A nova variável V_d é uma tensão digital que descreve o estado do filtro, e assim sendo será tratada como uma quarta variável de estado. A tensão V_c é a saída do conversor D/A e interessa ser conhecida, portanto será tratada como uma variável de saída (medida).

$$\begin{aligned} V_c[k] &= K_p K_d (X_r[k] - X_a[k]) + V_d[k] \\ V_c[k] &= -K_p K_d X_a[k] + K_p K_d X_r[k] + V_d[k] \end{aligned} \quad (19)$$

As equações 18 e 19 podem ser combinadas com a equação de estado, 12 e 13, que representam a discretização da parte contínua do sistema. Um arranjo algébrico produz a seguinte representação completa do sistema no espaço de estados discreto:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[k+1] &= \mathbf{G}\mathbf{x}[k] + \mathbf{\Gamma}\mathbf{u}[k] \\ \mathbf{y}[k] &= \mathbf{C}\mathbf{x}[k] + \mathbf{D}\mathbf{u}[k] \end{aligned} \quad (20)$$

As matrizes de estado $\mathbf{G}(T)$ e de entrada $\mathbf{\Gamma}(T)$ são obtidas por:

$$I_a[k+1] = \phi_{11} I_a[k] + \phi_{12} \omega[k] + \phi_{13} X_a[k] + h_{11} V_c[k] + h_{12} T_e[k] \quad (21)$$

Substituindo V_c pela equação 19 e manipulando, tem-se:

$$I_a[k+1] = h_{11} V_d[k] + \phi_{11} I_a[k] + \phi_{12} \omega[k] + (\phi_{13} - h_{11} K_p K_d) X_a[k] + h_{11} K_p K_d X_r[k] + h_{12} T_e[k] \quad (22)$$

Da mesma forma, se opera sobre as variáveis de estado, velocidade angular ω e deslocamento linear X_a , obtendo-se os seguintes resultados:

$$\omega[k+1] = \phi_{21} I_a[k] + \phi_{22} \omega[k] + \phi_{23} X_a[k] + h_{21} V_c[k] + h_{22} T_e[k] \quad (23)$$

$$\omega[k+1] = h_{21} V_d[k] + \phi_{21} I_a[k] + \phi_{22} \omega[k] + (\phi_{23} - h_{21} K_p K_d) X_a[k] + h_{21} K_p K_d X_r[k] + h_{22} T_e[k] \quad (24)$$

$$X_a[k+1] = \phi_{31} I_a[k] + \phi_{32} \omega[k] + \phi_{33} X_a[k] + h_{31} V_c[k] + h_{32} T_e[k] \quad (25)$$

$$X_a[k+1] = h_{31} V_d[k] + \phi_{31} I_a[k] + \phi_{32} \omega[k] + (\phi_{33} - h_{31} K_p K_d) X_a[k] + h_{31} K_p K_d X_r[k] + h_{32} T_e[k] \quad (26)$$

A partir das equações 18, 22, 24 e 26, obtêm-se as seguintes equações de estados:

$$\begin{aligned} V_d[k+1] &= -bV_d[k] - K_p K_d (a-b) X_a[k] + K_p K_d (a-b) X_r[k] \\ I_a[k+1] &= h_{11} V_d[k] + \phi_{11} I_a[k] + \phi_{12} \omega[k] + (\phi_{13} - h_{11} K_p K_d) X_a[k] + h_{11} K_p K_d X_r[k] + h_{12} T_e[k] \\ \omega[k+1] &= h_{21} V_d[k] + \phi_{21} I_a[k] + \phi_{22} \omega[k] + (\phi_{23} - h_{21} K_p K_d) X_a[k] + h_{21} K_p K_d X_r[k] + h_{22} T_e[k] \\ X_a[k+1] &= h_{31} V_d[k] + \phi_{31} I_a[k] + \phi_{32} \omega[k] + (\phi_{33} - h_{31} K_p K_d) X_a[k] + h_{31} K_p K_d X_r[k] + h_{32} T_e[k] \end{aligned} \quad (27)$$

Ou na forma matricial:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} V_d \\ I_a \\ \omega \\ X_a \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_{[k+1]}} = \underbrace{\begin{pmatrix} -b & 0 & 0 & -K_p K_d (a-b) \\ h_{11} & \phi_{11} & \phi_{12} & (\phi_{13} - h_{11} K_p K_d) \\ h_{21} & \phi_{21} & \phi_{22} & (\phi_{23} - h_{21} K_p K_d) \\ h_{31} & \phi_{31} & \phi_{32} & (\phi_{33} - h_{31} K_p K_d) \end{pmatrix}}_{\mathbf{G}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} V_d \\ I_a \\ \omega \\ X_a \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_{[k]}} + \underbrace{\begin{pmatrix} K_p K_d (a-b) & h_{11} \\ h_{11} K_p K_d & h_{12} \\ h_{21} K_p K_d & h_{22} \\ h_{31} K_p K_d & h_{32} \end{pmatrix}}_{\mathbf{F}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} X_r \\ T_e \end{pmatrix}}_{\mathbf{u}_{[k]}} \quad (28)$$

A equação de saída $y_{[k]}$ é dada por:

$$y_{[k]} = \begin{pmatrix} V_c \\ I_a \\ \omega \\ X_a \end{pmatrix}_{[k]} \quad (29)$$

onde: $V_c[k] = V_d[k] - K_p K_d X_a[k] + K_p K_d X_r[k]$.

Logo, as matrizes de saída $\mathbf{C}(T)$ e de transmissão $\mathbf{D}(T)$ são obtidas por:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} V_c \\ I_a \\ \omega \\ X_a \end{pmatrix}}_{\mathbf{y}_{[k]}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -K_p K_d \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\mathbf{C}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} V_d \\ I_a \\ \omega \\ X_a \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_{[k]}} + \underbrace{\begin{pmatrix} K_p K_d & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{D}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} X_r \\ T_e \end{pmatrix}}_{\mathbf{u}_{[k]}} \quad (30)$$

A partir da equação 10 obteve-se com o auxílio do Matlab® o seguinte compensador contínuo:

$$C(s) = K_{pc} \frac{s+a}{s+b} = 16,2 \frac{s+1265,8}{s+759,3} \quad (31)$$

Em servo-drivers para sistemas de posicionamento é comum utilizar o tempo de pico para a malha de velocidade por volta de 10ms e o sobre-sinal por volta de 5% (ALTINTAS, 2000). Portanto o coeficiente de amortecimento e a frequência natural podem ser obtidos por:

$$M_p = -e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \rightarrow \zeta = \frac{\sqrt{(\ln(M_p))^2}}{\sqrt{(\ln(M_p))^2 + \pi^2}} = \frac{\sqrt{(\ln(0,05))^2}}{\sqrt{(\ln(0,05))^2 + \pi^2}} = 0,826 \quad (32)$$

$$\omega_n = \frac{\pi}{t_p \sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{t_p \sqrt{1-0,826^2}} = 557,34 \text{ [rad/s]} \text{ ou } 88,75 \text{ [Hz]} \quad (33)$$

A frequência de amostragem foi escolhida para ser igual a 10 vezes a frequência natural do sistema, ou seja, 887,5 Hz. Assim o período de amostragem fica sendo:

$T = \frac{1}{887,5} \approx 0,001$. Aplicando a transformação casada $z = e^{sT}$ (FRANKLIN; POWELL, 1998)

temos os seguintes pólos: $z = e^{-1265,8 \times 0,001} = 0,2820$ e $z = e^{-759,3 \times 0,001} = 0,4640$. Para casar os filtros em baixa frequência, tem-se que quando $s \rightarrow 0$, $z \rightarrow 1$ logo:

$$16,2 \frac{0+1265,8}{0+759,3} = K_{pd} \frac{1-0,2820}{1-0,4680} \Rightarrow K_{pd} = 20 \quad (34)$$

Logo o compensador (filtro) digital fica sendo:

$$D(z) = K_{pd} \frac{z+a}{z+b} = 20 \frac{z-0,2820}{z-0,4680} \quad (35)$$

Substituindo-se os valores de $K_p, K_d, a, b, \phi_{ij}$ e h_{ij} nas equações 28 e 30 chegaram-se as seguintes matrizes:

$$\mathbf{G}(T) = \begin{pmatrix} 0,4680 & 0 & 0 & -0,0727 \\ 0,1642 & 0,5604 & -0,1567 & -0,0641 \\ 0,0399 & 0,3394 & 0,9543 & -0,0156 \\ 0,0011 & 0,0148 & 0,0782 & 0,9996 \end{pmatrix} \quad \mathbf{\Gamma}(T) = \begin{pmatrix} 0,0727 & 0 \\ 0,0641 & 0,8145 \\ 0,0156 & -9,3155 \\ 0,0004 & -0,3736 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C}(T) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -0,3906 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{D}(T) = \begin{pmatrix} 0,3906 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A seguir são mostrados os resultados obtidos através da simulação em ambiente Matlab®. O sistema foi simulado com entrada do tipo degrau “com e sem” perturbação de torque externo. Também foram feitas simulações com perfis de entrada do tipo rampa e senoidal. Por fim realizaram-se interpolações circulares “com e sem” perturbação de torque.

As figuras 6 e 7 apresentam os quatro estados do sistema que são: tensão interna V_d do filtro (6.a), corrente do servo-motor (6.b), velocidade angular do servo-motor (7.a) e deslocamento da mesa coordenada (7.b). A Figura 8 apresenta o deslocamento juntamente com a aceleração (8.a) e velocidade (8.b). O objetivo desta simulação é verificar os perfis da aceleração e da velocidade até o instante em que o deslocamento atinge a referência de entrada.

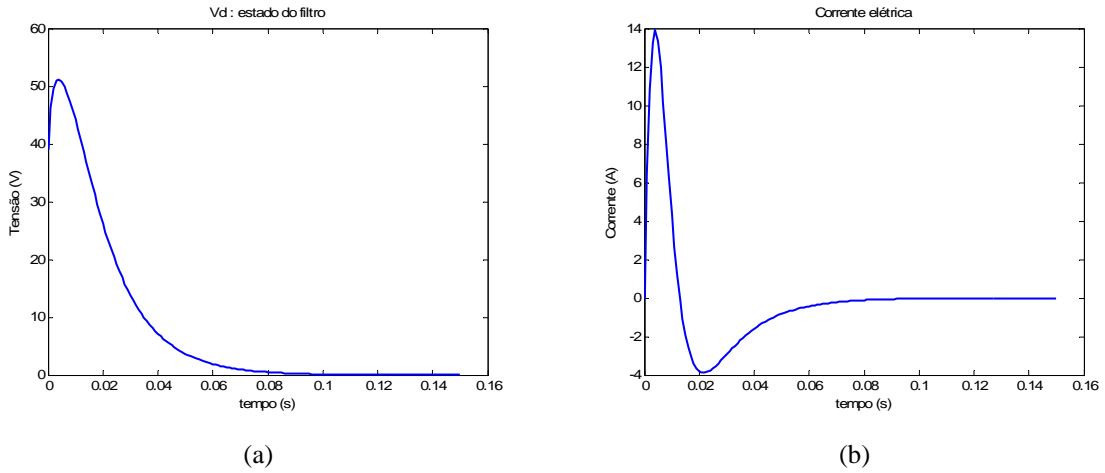


Figura 6 – Tensão do filtro e corrente do motor para entrada degrau (simulação sem perturbação de torque externo).

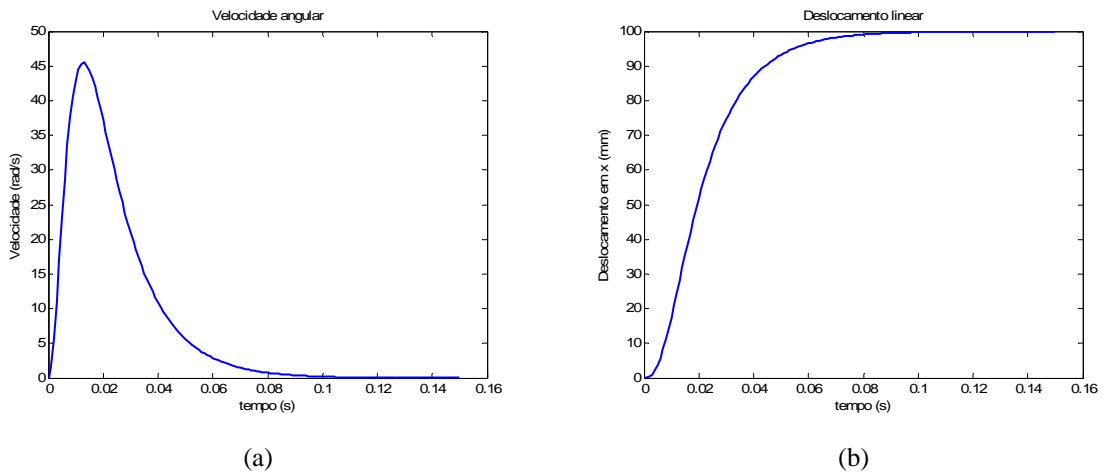


Figura 7 – Velocidade do motor e deslocamento da mesa para entrada degrau (simulação sem perturbação de torque externo).

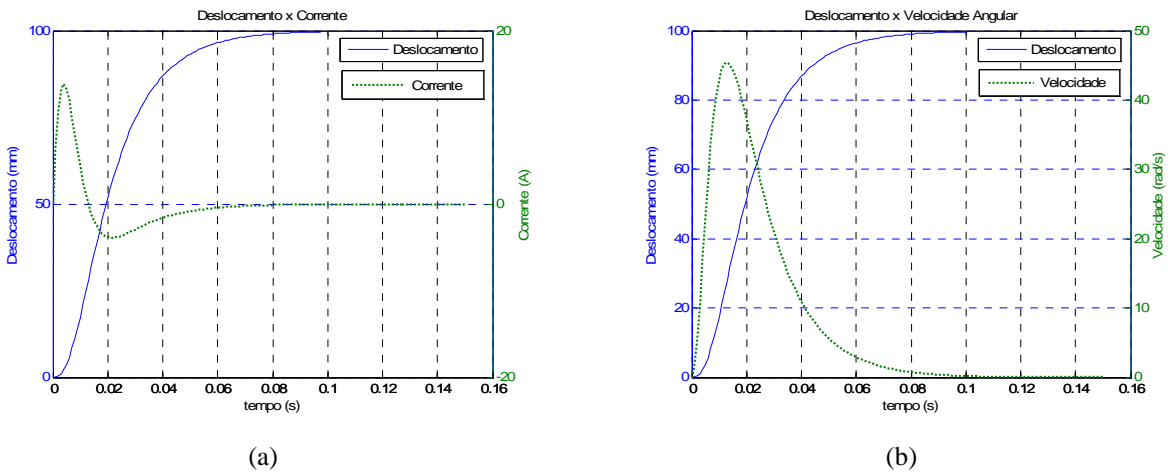
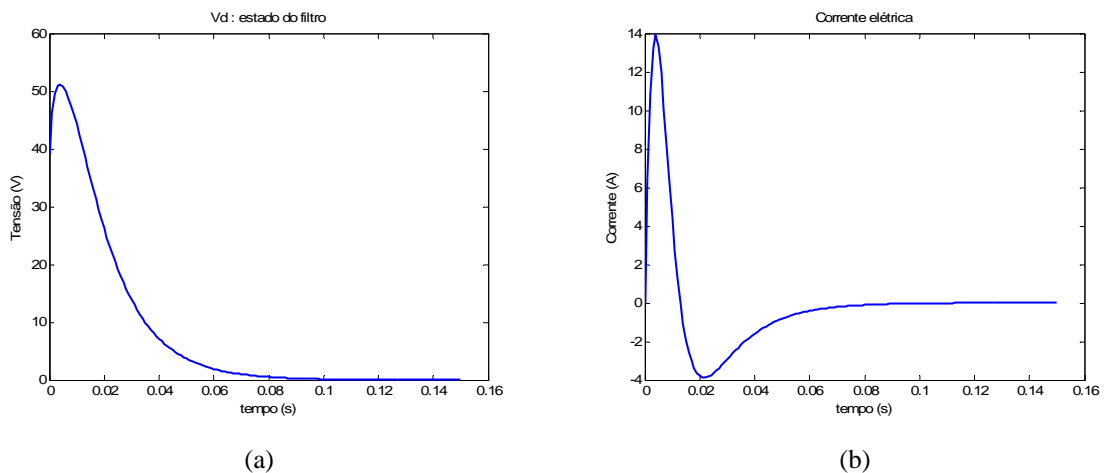


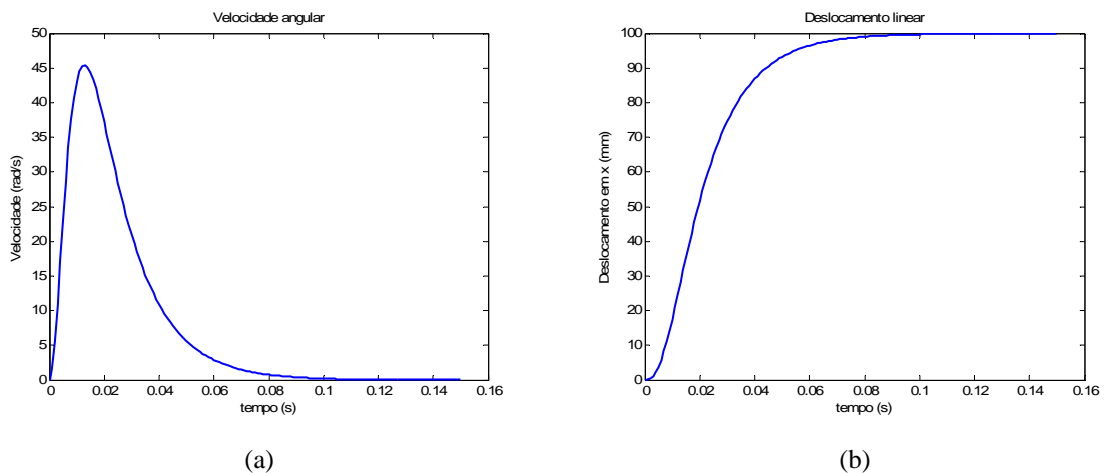
Figura 8 – Gráficos comparativos: (a) deslocamento x corrente - (b) deslocamento x velocidade.

A Figura 8 indica que o tempo de assentamento (t_s) é de aproximadamente 0,1s, e que não ocorre sobre-sinal, o que está de acordo com as especificações de desempenho. Esta figura indica também que tanto o comportamento da aceleração como da velocidade são coerentes, pois no instante em que o deslocamento atinge o sinal de comando tanto a aceleração quanto a velocidade são nulos. Nota-se ainda que em alguns trechos, a aceleração assume valores negativos, indicando que o torque do motor devido a inércia é maior que o torque elétrico $T_m(s) = K_\tau \cdot I_a(s)$.

As figuras 9 a 11 apresentam os mesmos tipos de simulações anteriores. Entretanto nestas simulações, inseriu-se uma perturbação de torque externo da ordem de 20% do valor do torque T_d que é o torque escolhido para dimensionar o servo-motor. Note que mesmo com a inserção da perturbação de torque, o sistema atinge o sinal de comando com um tempo de assentamento $t_s = 0,1s$, e também não ocorre sobre-sinal, o que indica que o sistema é robusto e o compensador projetado está trabalhando adequadamente.



(a) (b)
 Figura 9 – Tensão do filtro e corrente do motor para entrada degrau (simulação com 20% de perturbação de torque externo).



(a) (b)
 Figura 10 – Velocidade do motor e deslocamento da mesa para entrada degrau (simulação com 20% de perturbação de torque externo).

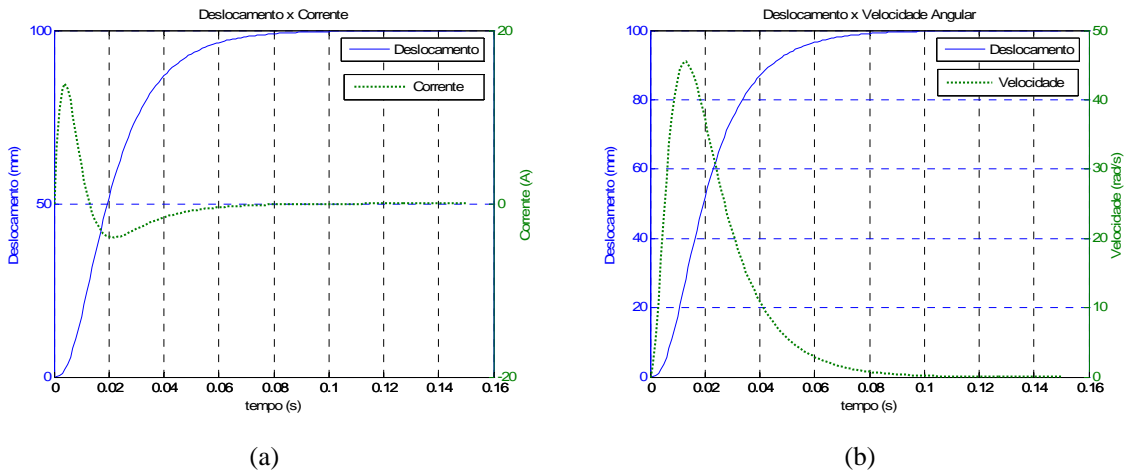


Figura 11 – Gráficos comparativos: (a) deslocamento x corrente - (b) deslocamento x velocidade.

As figuras a seguir ilustram a resposta do sistema quando se aplica uma entrada do tipo rampa (12.a e 12.b) e uma entrada do tipo senoidal (13.a e 13.b). Nestas simulações não foram inseridas perturbações de torque, e verifica-se que o sistema acompanha o sinal de referência satisfatoriamente. Verifica-se ainda que tanto o perfil de aceleração quanto o perfil de velocidade, apresentam valores compatíveis com o esperado, pois ao se analisar as curvas de velocidade, visualmente observam-se que as mesmas são as derivadas dos deslocamentos (vide figuras 12.b e 13.b).

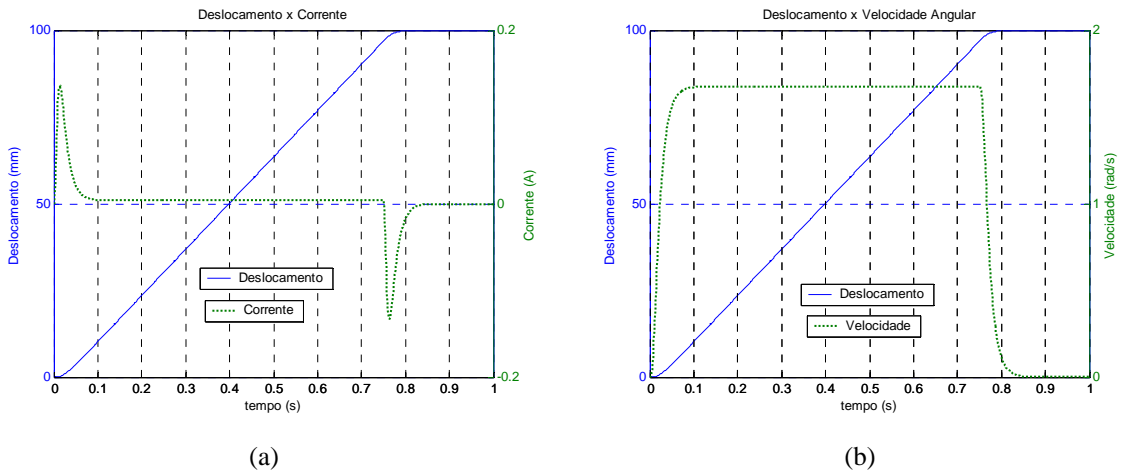


Figura 12 – Resposta para entrada do tipo rampa: (a) deslocamento x corrente - (b) deslocamento x velocidade.

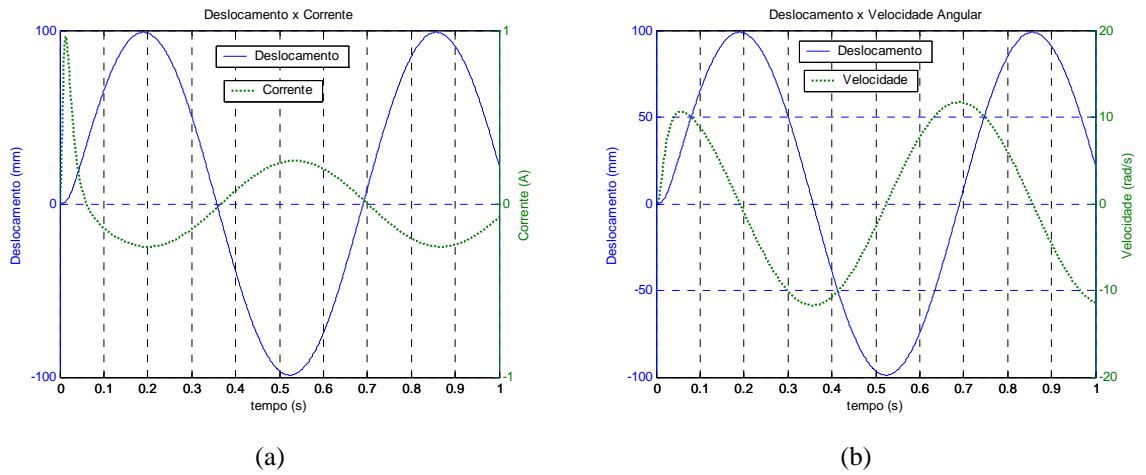


Figura 13 – Resposta para entrada do tipo senoidal:
 (a) deslocamento x corrente - (b) deslocamento x velocidade.

A seguir são apresentados os resultados para operações de interpolações circulares. A Figura 14 apresenta o resultado da simulação sem perturbação de torque, enquanto que a Figura 16 apresenta o resultado da interpolação com perturbação de torque igual a 20%. Dado que nas literaturas pesquisadas, não se encontrou nenhuma informação a respeito de índices de desempenho para este tipo de operação (interpolação), adotou-se como índice de desempenho neste trabalho, a medida do erro quadrático: $e_{RMS} = \sqrt{(entrada - saída)^2}$ (vide figuras 15 e 17).

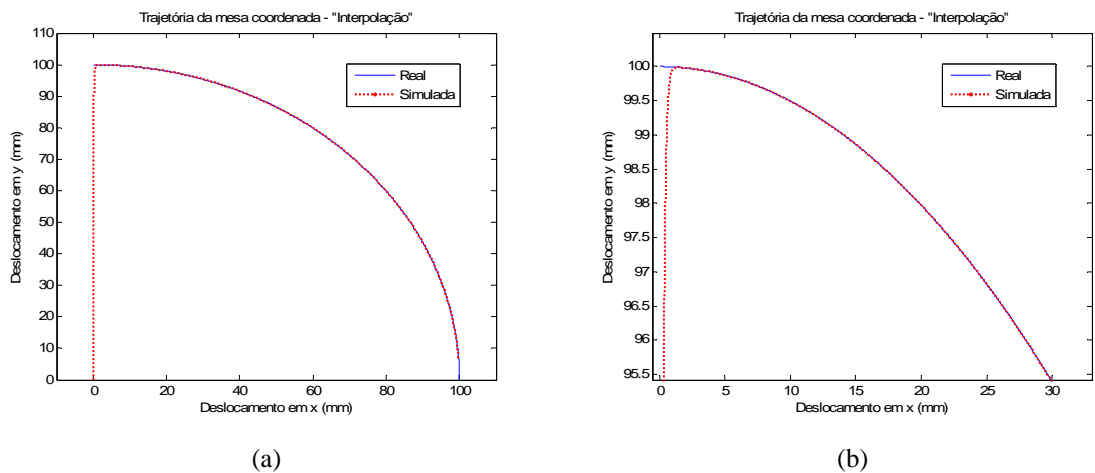


Figura 14 - Interpolação sem perturbação no torque de entrada:
 (a) interpolação completa - (b) trecho ampliado para verificação do erro (tempo de interpolação = 10s).

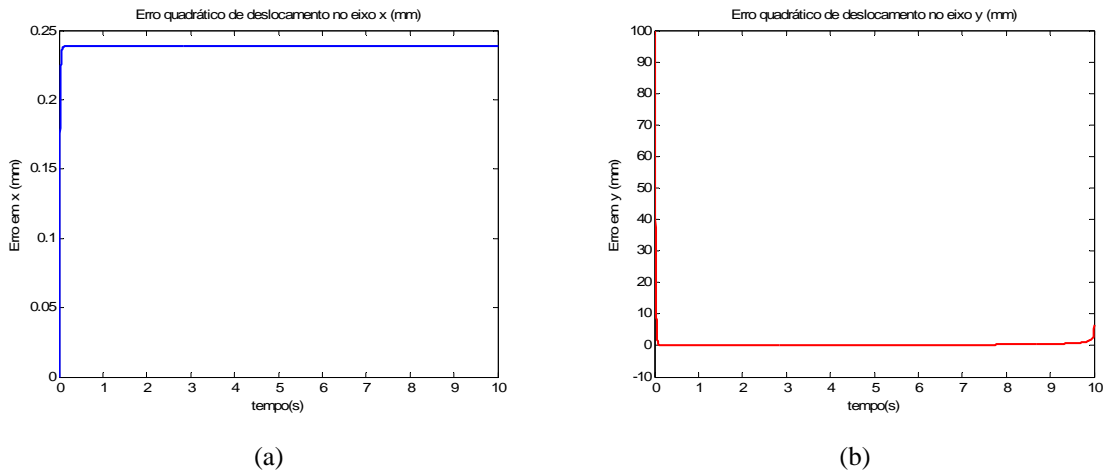


Figura 15 – Erro quadrático de interpolação:
 Simulação sem perturbação no torque de entrada (tempo de interpolação = 10s).

A Figura 15 indica que assim que o sistema se assenta os erros de posicionamento em x e y, são de aproximadamente 0,23mm, cujo erro do raio é de aproximadamente $e_{raio} = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} = \sqrt{0,23^2 + 0,23^2} = 0,23\sqrt{2} = 0,33mm$, ou seja, para um raio de interpolação de 100mm tem-se um erro de 0,33%. Como a especificação de desempenho é de 1%, admite-se que o sistema esta operando adequadamente.

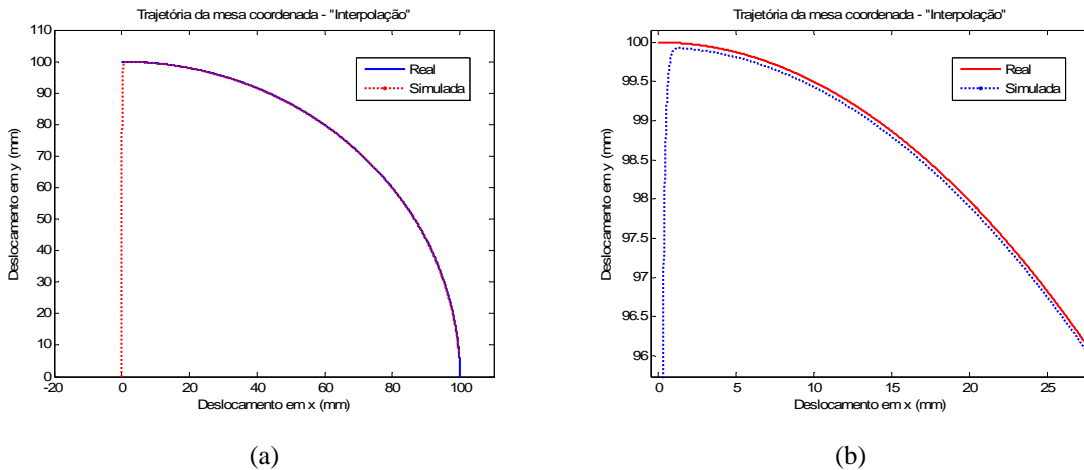


Figura 16 - Interpolação com perturbação no torque de entrada:
 (a) interpolação completa - (b) trecho ampliado para verificação do erro (tempo de interpolação = 10s).

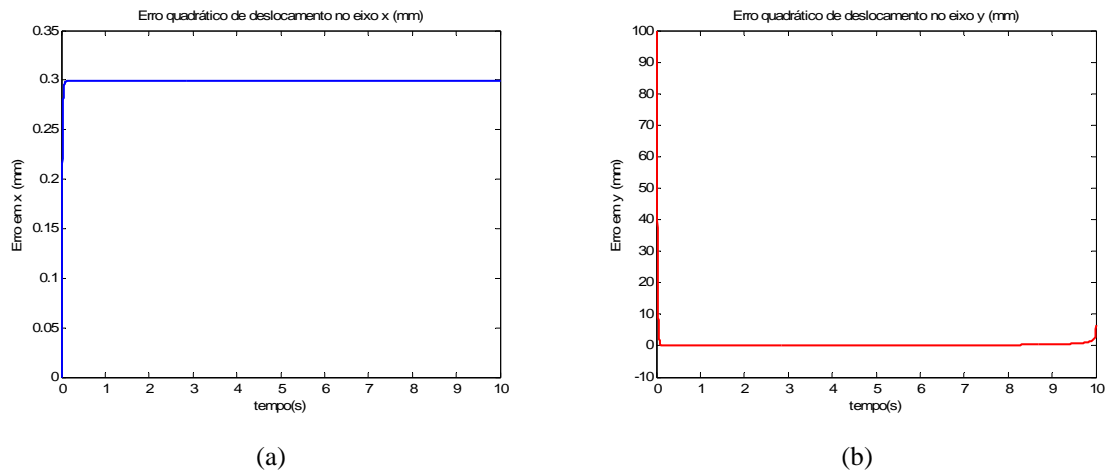


Figura 17 – Erro quadrático de interpolação.
Simulação com perturbação de 20% no torque de entrada (tempo de interpolação = 10s).

A Figura 17 indica que assim que o sistema se assenta, os erros de posicionamento em x e y , são de aproximadamente 0,3mm, cujo erro do raio é de aproximadamente $e_{raio} = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} = \sqrt{0,3^2 + 0,3^2} = 0,3\sqrt{2} = 0,43mm$, ou seja, para um raio de interpolação de 100mm tem-se um erro de 0,43%, o que indica que mesmo na presença de distúrbio o sistema continua respondendo satisfatoriamente.

4. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Modelou-se um sistema de posicionamento com quatro variáveis de estados discretizadas. Este tipo de abordagem é muito útil, pois permite que o modelo seja diretamente implementado em computadores digitais utilizando apenas algoritmos recursivos, o que torna a programação bastante simples. Os resultados obtidos pela simulação mostraram-se bastante coerentes e teoricamente estão de acordo com o esperado, indicando que a modelagem abordada foi bem sucedida. A metodologia de controle empregada também se mostrou bastante satisfatória, sendo imune inclusive, a perturbações de torque da ordem de 20% do torque dinâmico (utilizado para escolha do motor). Como próxima etapa, outras configurações de controlador e novos perfis de referência e perturbação devem ser testados, tornando possível estabelecer um quadro comparativo que relacione o melhor desempenho versus o menor custo computacional.

REFERÊNCIAS

ALTINTAS, Y. **Manufacturing automation** - metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design. Cambridge University Press, 2000.

DORF, R.C.; BISHOP, R.H. **Modern control system**. 9. ed. Addison-Wesley Publishing Company, 2001.

FRANKLIN, G.F.; POWELL, J.D.; WORKMAN, M. **Digital control of dynamic systems**. 3. ed. USA: Addison Wesley Longman, Inc., 1998.

KUO, B.C. **Automatic control system**. 5. ed. Prentice-Hall, 1987.

LEWIS, P.H.; YANG, C. **Basic control systems engineering**. Prentice-Hall, 1997.

NISE, N.S. **Engenharia de sistemas de controle**. 3. ed. LTC, 2002.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. Prentice-Hall, 2000.

SHARIAN, B.; HASSUL, M. **Control system design using Matlab**. Prentice Hall, 1993.

VU, H.; ESFANDIARI, R. **Dynamic systems modeling and analysis**. Singapore: McGraw-Hill International, 1998.